RASEF

Revue Africaine des Sciences de l'Éducation et de la Formation

Sous la direction de

Ousseynou THIAM

Actes des Premières Journées Scientifiques (En Ligne) Du 01 au 02 Juin 2023, du Réseau Africain des Chercheurs et Enseignants-Chercheurs en Sciences de l'Éducation (RACESE)

Penser les Sciences de l'éducation en Afrique : histoires, tendances et perspectives des recherches dans divers champs d'intervention des chercheurs

Numéro spécial, nº2, Août 2024

ISSN 2756-7370 (Imprimé)
ISSN 2756-7575 (En ligne)

01 BP 1479 Ouaga 01
Site:www.revue-rasef.org
Email: revueracese@gmail.com

Numéro du dépôt légal : 22-559 du 13/01/2024

Numéro spécial nº 2, Août 2024

ISSN 2756-7370 (Imprimé)
ISSN 2756-7575 (En ligne)

Site web et Indexation internationale

http://esjindex.org/index.php

http://esjindex.org/search.php?id=6997

https://reseau-mirabel.info/

http://www.revue-rasef.org/accueil_026.htm

Revue semestrielle publiée par le Réseau Africain des Chercheurs et Enseignants-Chercheurs en Sciences de l'Éducation (RACESE)

Domiciliée à l'École Normale Supérieure, Burkina Faso

----

01 BP 1479 Ouaga 01
Site:www.revue-rasef.org
Email: revueracese@gmail.com

Numéro du dépôt légal: 22-559 du 13/02/2024

Table des matières

Introduction aux actes des journées scientifiques

Ousseynou THIAM[1]

Les sciences de l'éducation en Afrique sont devenues incontournables si le continent mise sur une éducation de qualité, équitable pour un développement socioéconomique dynamique et durable. Fort de ce constat, après un an d'existence, le Réseau Africain des Chercheurs et Enseignants-Chercheurs en Sciences de l'Éducation (RACESE) a organisé les Premières Journées Scientifiques du RACESE du 01 au 02 juin 2023. Ces journées ont été l'occasion pour plus d'une centaine d'enseignants - chercheurs, de chercheurs et d'étudiants de croiser les regards, les recherches sur le thème : « Penser les Sciences de l'éducation en Afrique : histoires, tendances et perspectives des recherches dans divers champs d'intervention des chercheurs.

Le projet initié était comme le précise l'appel « une intention panafricaine de développement de la recherche en éducation qui intègre des savoirs sur la formation, la planification, l'intervention et l'évaluation, spécifiques à chaque pays. Le thème du colloque, en lien avec la politique, les curricula et les programmes, les compétences a mis en débat *le présent et l'avenir de la recherche en éducation* et *la formation en Afrique* ».

L'objectif de cette journée consisté à faire connaître les sciences de l'éducation par la diversité et la complémentarité des spécialisations des chercheurs en Afrique et de favoriser une plus grande visibilité de la recherche en éducation en Afrique et au-delà des frontières nationales et continentales. Les axes de ces journées retenues ont été :

- les sciences de l'éducation d'Hier : *une histoire de précurseurs et de formation de la relève.*
- les sciences de l'éducation d'Aujourd'hui : *à la découverte des recherches dans les divers domaines de spécialité des chercheurs africains en éducation.*
- les sciences de l'éducation de Demain : *penser l'école africaine du futur à partir de la complexité des enjeux et défis qui interpellent l'Afrique.*

Cet ouvrage qui en rend compte prolonge les débats sur des problématiques importantes. Après le mot de bienvenue et d'Ouverture prononcée par le Président du Réseau Docteur Ousseynou Thiam et la conférence inaugurale du Professeur Eugénie EYEANG les « Réseaux professionnels, expérience personnelle de réseautage et sciences de l'éducation », ces actes sont organisés en trois parties.

La première partie porte sur les traditions pédagogiques et leurs impacts trouve qu'en Afrique francophone, les institutions de formation universitaire et scolaire rencontrent des difficultés à adopter des méthodes d'apprentissage participatives et constructivistes. Ces institutions restent ancrées dans une tradition pédagogique conservatrice, bien que la pédagogie constructiviste, qui encourage une approche dynamique et dialectique de la construction des connaissances, soit reconnue pour sa capacité à développer l'esprit scientifique (Bachelard, 1996).

La deuxième partie interroge les défis actuels de l'éducation. Le Gabon, le Burkina Faso, la Côte d'Ivoire, la Tunisie, le Madagascar, le Cameroun, le Sénégal… illustrent bien les défis de l'enseignement des sciences, notamment l'absence de laboratoires, le manque d'enseignants qualifiés, et les ressources pédagogiques insuffisantes. Malgré ces obstacles, des efforts sont faits pour promouvoir les vocations scientifiques. Les textes adoptent une approche descriptive

[1] Université Cheikh Anta Diop de Dakar.

et comparative et mettent en exergue des défis persistants, tels que la formation insuffisante des formateurs et l'indisponibilité des référentiels.

La troisième partie intitulée perspectives d'amélioration et innovation pédagogique explique qu'une approche basée sur l'usage du numérique et l'intelligence artificielle développerait des stratégies pédagogiques explicites pouvant améliorer l'apprentissage. Toutefois, il a été noté que les ressources numériques contribuent à l'acquisition des connaissances, mais ne favorisent pas suffisamment l'apprentissage actif. Une amélioration du contenu interactif est nécessaire. Plusieurs initiatives sont étudiées, mais les recherches trouvent qu'il est important que celles-ci soient accompagnées de formations adéquates pour les enseignants et d'une meilleure intégration des technologies éducatives pour surmonter les défis actuels et futurs. Les efforts concertés des gouvernements, des institutions éducatives et des partenaires internationaux sont nécessaires pour assurer une éducation de qualité et le développement durable en Afrique.

Ces actes présentent des résultats de recherche qui enrichissent la recherche scientifique et qui aident à la décision pour une éducation en Afrique plus rentable, performante et compétitivité.

Pour le comité d'organisation

MOT D'OUVERTURE ET CONFÉRENCE INAUGURALE

Mot d'ouverture du Président du RACESE

Ousseynou[1] THIAM

Monsieur le Directeur de Publication de la Revue Africaine des Sciences de l'Éducation et de la Formation (RASEF),

Madame la conférencière,

Mesdames et Messieurs les membres du Comité scientifique,

Mesdames et Messieurs les membres du Comité d'organisation,

Madame et Messieurs les participants,

Chers invités,

C'est avec joie et honneur que je vous souhaite la bienvenue aux premières journées scientifiques du Réseau Africain des Chercheurs et Enseignants Chercheurs en Science de l'Éducation (RACESE). Cet événement, qui se déroule en ligne les 1er et 2 juin 2023, marque une étape importante dans notre quête collective pour enrichir et promouvoir les sciences de l'éducation en Afrique.

Permettez-moi de remercier Monsieur Mathias KYELEM, Directeur de publication de la Revue Africaine des Sciences de l'Éducation et de la Formation (RASEF) pour ses orientations scientifiques et son sens élevé de l'apport du Réseau à l'éducation et l'enseignement supérieur, à la recherche et à la formation professionnelle.

Mes remerciements sont aussi adressés au comité technique composé de Docteur Mireille ESSONO EBANG, Vice-Présidente chargée de la recherche ; de Docteur Kouadio Yeboua Germain ATTA, Vice-Président chargé de l'enseignement ; de Docteur Nowenkûum Désiré POUSSOGHO, Secrétaire général ; du Professeur Serigne Ben Moustapha DIEDHIOU, Secrétaire général adjoint ; de Docteur Babacar BITEYE, Directeur de la revue RASEF. Ils sont concepteurs du projet journées scientifiques et n'ont ménagé aucun effort pour sa pleine réussite. J'associe à ses remerciements les membres des comités scientifiques et d'organisation et les modérateurs des communications pour leur inestimable apport.

Je remercie le Professeur Eugenie EYEANG pour sa conférence inaugurale pour la disponibilité, mais aussi l'ambitieux projet d'échange sur une question importante comme celle qui interroge les « Réseaux professionnels, expérience personnelle de réseautage et sciences de l'éducation ». Le thème de sa conférence en lien avec le thème des journées « Penser les Sciences de l'Éducation en Afrique : histoires, tendances et perspectives des recherches dans divers champs d'intervention des chercheurs », est particulièrement pertinent. Il nous invite à réfléchir, soit individuellement soit ensemble, mais dans un réseau, sur l'évolution de notre discipline, à partager nos découvertes et à envisager des perspectives nouvelles pour son avenir et l'avenir.

Ces journées scientifiques ont deux objectifs majeurs. Le premier est de faire connaître les sciences de l'éducation par la diversité et la complémentarité des spécialisations des chercheurs et enseignants-chercheurs en Afrique. La richesse de nos diversités et la complémentarité de

[1] Université Cheikh Anta Diop de Dakar, Sénégal.

nos approches sont les fondements de notre force collective. Elles nous permettent d'aborder les défis éducatifs avec une perspective plurielle et inclusive.

Le deuxième objectif est de favoriser une plus grande visibilité de la recherche en éducation en Afrique et au-delà des frontières continentales. Il est essentiel de montrer au monde entier la qualité et l'originalité des travaux de recherche menés sur notre continent. Nous devons établir des ponts avec d'autres chercheurs, institutions et réseaux à travers le monde, afin de partager nos découvertes et d'enrichir nos pratiques.

Nos discussions seront structurées autour de trois axes principaux. Le premier axe concerne les sciences de l'éducation d'hier, une histoire de précurseurs et de formation de la relève. Cet axe nous invite à rendre hommage aux pionniers qui ont jeté les bases de notre discipline et à réfléchir à la manière dont leurs héritages peuvent nous inspirer dans la formation des futures générations de chercheurs et d'éducateurs. Le deuxième axe se focalise sur les sciences de l'éducation d'Aujourd'hui, à la découverte des recherches dans les divers domaines et spécialités des chercheurs africains en éducation. Nous explorerons les travaux actuels, en mettant en lumière les innovations, les méthodologies et les résultats qui définissent la recherche contemporaine en éducation sur notre continent. Le troisième axe envisage les sciences de l'éducation de Demain, penser l'école africaine du futur à partir de la complexité des enjeux et défis qui interpellent l'Afrique. Il s'agit ici de projeter notre réflexion vers l'avenir, en envisageant les transformations nécessaires pour répondre aux défis éducatifs de demain. Quels sont les nouveaux paradigmes à adopter ? Comment pouvons-nous anticiper les besoins futurs de nos sociétés ?

En conclusion, je souhaite que ces journées soient une source d'inspiration, de collaboration et d'échanges fructueux. Ensemble, nous avons le pouvoir de transformer l'éducation en Afrique, de renforcer nos capacités et d'influencer positivement les politiques éducatives. Je vous encourage à participer activement aux débats, à partager vos expériences et à nouer des collaborations qui perdureront au-delà de ces journées.

C'est avec une grande fierté que je déclare officiellement ouvertes les premières journées scientifiques du Réseau Africain des Chercheurs et Enseignants-Chercheurs en Science de l'Éducation. Je vous remercie pour votre engagement et votre présence. Que ces journées soient riches en enseignements et en découvertes.

Le Président du RACESE

Réseaux professionnels, expérience personnelle de réseautage et sciences de l'éducation

Eugénie EYEANG[1]

Introduction

Le fonctionnement des sociétés modernes est constitué d'un faisceau de relations entrelacées. Chaque groupe compose un ensemble cohérent qui cherche, néanmoins à s'élargir au travers d'expériences nouvelles et de projets porteurs d'avenir. Cette réalité atteste qu'il est de plus en plus difficile, de nos jours, de progresser en demeurant dans un vase clos. Les observateurs avisés s'évertuent à scander que l'évolution professionnelle n'est pas un acte solitaire, mais plutôt le résultat d'un travail d'équipe et collaboratif. Le réseau personnel semble être le principal soutien du développement des individus. Ceci semble lié au nouveau contexte des carrières. En effet, l'aplatissement des structures organisationnelles et le développement des technologies font évoluer la carrière des individus de manière plus transversale et fonctionnelle (S. Ventolini, 2010). Sur le plan étymologique, le mot réseau, en latin, vient de *retis,* c'est-à-dire le filet. Or, un filet sert à retenir. Ce qui m'intéresse, c'est de comprendre ce paradoxe invraisemblable où le réseau devient le symbole de la liberté alors que l'étymologie indique exactement le contraire. D'où vient cette subversion ? Mais étymologiquement, le réseau, c'est aussi le tissu, des éléments différents, mais unis dans un tout qui les tient ensemble *(D. Wolton, 2012).* Le réseau ressemble aux mailles du filet qui permet d'attraper une quantité importante de poissons en un seul essai. C'est un multiplicateur d'opportunités de tous genres. Ainsi, le fonctionnement en réseau permet à un individu isolé et limité d'entrer en connexion avec plusieurs personnes à la fois ; et dont il n'est pas forcément l'initiateur de la relation. L'homme seul n'aboutit à rien. Les relations sont aujourd'hui une richesse inestimable. On parle d'ailleurs, communément, de *carnet d'adresses influent*.

1. Objectifs

L'objectif de notre propos est triple. Il s'agit, tout d'abord, de montrer l'importance des réseaux professionnels dans la carrière d'un individu, en soulignant comment ces connexions peuvent ouvrir des opportunités, faciliter l'échange de connaissances et promouvoir la croissance personnelle et professionnelle. Ensuite, la conférence vise à partager une expérience personnelle de réseautage en sciences de l'éducation, offrant des exemples concrets et inspirants sur la manière dont les relations professionnelles peuvent influencer positivement la trajectoire de la carrière d'un individu. Enfin, il s'agit de démontrer l'impact significatif qu'un réseau professionnel bien établi peut avoir sur le développement professionnel, en illustrant comment les collaborations et les soutiens au sein de ces réseaux contribuent à l'innovation, à l'apprentissage continu et à l'avancement de la carrière.

2. Méthodologie adoptée

La méthodologie adoptée ici simple. Il s'agit de celle du récit de vie. Sachant que le récit de vie peut être oral ou écrit, formel ou informel, s'inscrire dans une perspective pédagogique ou artistique, être le lieu d'une quête de soi ou d'une interaction sociale, avoir vocation à demeurer dans le cadre de l'intime ou à l'inverse à être largement diffusé : il est protéiforme (Vincent Ponroy & Chevalier, 2018). Il a donc plusieurs formes ou manifestations.

[1] École Normale Supérieure de Libreville au Gabon.

En effet, un récit de vie est une narration détaillée et personnelle de l'expérience de vie d'une personne. Il est souvent raconté par la personne elle-même. Il s'agit d'une forme de biographie subjective permettant à l'individu de partager ses souvenirs, ses sentiments, ses perceptions et ses interprétations des événements significatifs de sa vie. Les récits de vie sont utilisés dans diverses disciplines, telles que la psychologie, la sociologie, l'anthropologie et les études littéraires, pour comprendre les parcours individuels et les contextes sociaux et culturels qui les influencent. Les caractéristiques principales d'un récit de vie relèvent de la subjectivité, de la chronologie, de la réflexivité, de la narration détaillée. C'est aussi une opportunité pour l'individu d'aborder des thématiques variées, divers aspects de la vie de la personne, tels que le travail, les relations, les défis personnels, les succès, et les échecs. Le plus important reste la contextualisation. De fait, le récit place les expériences personnelles dans un contexte plus large, comme les événements historiques, les changements sociaux ou les influences culturelles. Dans le cadre de l'éducation, le récit de vie peut être utilisé comme outils pédagogiques pour enseigner des concepts complexes à travers des exemples concrets et personnels.

Nous voulons partager ici notre propre expérience comme membre d'un réseau de chercheurs en sciences de l'éducation.

3. Compréhension d'un réseau

La définition que je donne est le produit de mon expérience. Un réseau commence comme une graine qui donne plusieurs autres graines. C'est une semence qui est mise en terre et qui grandit.

Schéma n° 1 : Un ensemble entrelacé

Source : Internet : Frédérique Genicot, 2017

Progressivement, jusqu'à devenir un grand arbre, avec de nombreuses branches et ramifications. Une branche qui pousse appelle une autre branche. Un individu qui est rattaché à un réseau (R1) s'attache à un autre réseau (R2). Il relie par la suite les membres de R1 à ceux de R2, et ainsi de suite.

Schéma n° 1 : Un réseau

Source : Internet : Rémy Bigot, 2011

3.1. Mon expérience de membre d'un réseau en sciences de l'éducation

C'est en 2001 que j'ai été contactée pour faire partie d'un réseau en sciences de l'éducation. Au travers de la convention signée entre l'Ecole Normale Supérieure (Gabon) et la Faculté des sciences de l'Éducation de l'Université de Salamanca, une fenêtre s'est ouverte pour moi. À cette époque, l'Union européenne (UE) des universités du continent un certain nombre de préalables en matière de coopération scientifique. Il leur était demandé de rechercher des partenariats et de constituer des réseaux. Le réseau initial devait alors être composé de :

- 2 universités du nord : universidad de Salamanca - Espagne et universidad de Coimbra - Portugal)
- 1 institution d'enseignement supérieur du sud : Ecole Normale Supérieure (Gabon)
- Ce premier réseau a permis de réaliser un certain nombre d'actions et de productions scientifiques[2].

Puis, en 2012, mon expérience s'est enrichie. Il est important de signaler que tous les membres du réseau sont affiliés au laboratoire « Helmantica paideaia »[3] de la facultad de Educación de la universidad de Salamanca.

- 3 universités du nord : Universidad de Salamanca, Universidad de Palencia – Espagne, Universidade de Coimbra - Portugal
- 1 institution d'enseignement supérieur du sud : École Normale Supérieure (Gabon)

À partir de 2017, mon réseau s'est à nouveau élargi. À travers le premier réseau, des contacts ont été noués avec d'autres entités universitaires et des projets de coopération se sont mis en branle. Après l'organisation conjointe du deuxième II FORO (Afríca, Educación, Desarrollo) entre l'ENS de Libreville et l'Université de Salamanca, voici la constitution du nouveau réseau :

- 5 universités du nord : universidad de Salamanca, universidad de Palencia, universidad de La laguna – Islas Canarias (Espagne) ; universidad de Coimbra, ISCE DOURO – Penafiel (Portugal);
- 1 université d'Amérique latine : universidad de Maringá (Brésil),
- 1 institution d'enseignement supérieur du sud : École Normale Supérieure (Gabon).

En 2021, par mon réseau, nous avons ouvert une brèche à l'université de La laguna (Islas Canarias) pour une coopération avec l'Université Houphouët-Boigny pour le projet d'un ouvrage collectif sur le leadership féminin.

3.2. Développement professionnel en tant que membre d'un réseau en sciences de l'éducation

Cette collaboration m'a permis de développer plusieurs aptitudes dont ce tableau rend compte :

[2] Il est possible de retrouver certaines de ces publications sur le site suivant : https://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=119632

[3] Helmantica Paideia : https://helmanticapaideia.wordpress.com/

Tableau n° 1 : Aptitudes et réseau en sciences de l'éducation

Aptitude	Déclinaison	Observations
Compétences en communication	**Écoute active** : **Expression orale et écrite**	Apprendre à écouter attentivement et à comprendre les perspectives et les besoins des autres. Améliorer la capacité à articuler des idées de manière claire et convaincante, tant à l'écrit qu'à l'oral.
Collaboration et travail d'équipe	**Coopération** : **Gestion des conflits**	Travailler efficacement avec d'autres membres du réseau pour atteindre des objectifs communs. Apprendre à résoudre les désaccords de manière constructive et à trouver des solutions mutuellement bénéfiques.
Développement professionnel continu	**Apprentissage continu** : **Adaptabilité**	Participer à des formations, des ateliers et des conférences pour rester à jour avec les dernières recherches et pratiques en sciences de l'éducation. Rester ouvert aux nouvelles idées et aux changements dans le domaine de l'éducation.
Leadership et mentorat	**Influence positive** : **Mentorat**	Développer la capacité à inspirer et à motiver les autres membres du réseau. Offrir du soutien et des conseils aux collègues moins expérimentés. Apprendre des mentors plus expérimentés
Recherche et innovation	**Méthodologie de recherche** : **Innovation pédagogique**	Améliorer les compétences en conception et en mise en œuvre de recherches éducatives. Développer et partager des approches novatrices pour l'enseignement et l'apprentissage.
Gestion de projets	**Planification et organisation** : **Évaluation et suivi**	Apprendre à planifier, organiser et gérer des projets éducatifs, y compris la gestion du temps et des ressources. Acquérir des compétences pour évaluer l'efficacité des projets et des programmes éducatifs et apporter des améliorations.
Sensibilité culturelle et inclusion	**Établissement de contacts** : **Maintien des relations**	Développer la capacité à nouer des relations professionnelles solides et à créer des opportunités de collaboration. Savoir entretenir et renforcer les relations professionnelles au fil du temps.

Ces aptitudes apportent dans le quotidien de l'enseignant-chercheur et du chercheur, ce qui suit :

- la rigueur et la persévérance dans le travail de recherche
- la loyauté dans la collaboration avec mes pairs.

Pour mon cas, le réseautage a facilité les aspects suivants :

- la participation à plusieurs événements scientifiques et de recherche en Espagne et à travers le monde ;
- la publication très tôt des articles dans des revues indexées, à facteur d'impact ;
- l'intégration à des comités scientifiques de symposiums, de revues scientifiques et de congrès en sciences de l'éducation ;

- la Co-organisation des colloques internationaux à ENS - Universidad de Salamanca : I, II et III FORO : 2014, 2017, 2021.
- la participation comme membre du Conseil scientifique de FIACED I & II, ISCE DOURO, Portugal : 2016, 2018.

3.3. Participation exclusive à des activités liées aux membres du réseau et à des activités facilitées par les membres du réseau

En 2005, j'ai été invitée à prendre part, à Bruxelles, à la Conférence internationale entre l'UE, Afrique et Caraïbes (ACP) sur le système LMD. Lors de cette conférence, la question récurrente/anecdote : « De quel réseau faites-vous partie ? » ou encore « Qui vous a invité ? »

Ici : Réponse à ces questions : Universidad de Salamanca/Facultad de Educación

Autrement dit : Faire partie d'un réseau donne accès à des informations particulières contenues dans d'autres types de réseaux.

Rappelons par exemple, qu'en 2014, ma participation au Congrès International de *África con eñe* de la Fondation *Mujeres por África*, organisé par l'ex-Premier ministre espagnol à Abidjan (Côte d'Ivoire), a été rendue possible par le réseautage.

En 2018, sur Invitation du Roi d'Espagne, j'ai pris part à la cérémonie d'hommage à l'hispanisme international pour l'ensemble de mes publications en langue espagnole et au rayonnement de l'espagnol dans le monde.

En 2023, sur Invitation de Casa África (Islas Canarias), j'ai pris part à la 3e Rencontre d'hispanistes d'Afrique et d'Espagne à Las Palmas (III ENCUENTRO DE HISPANISTAS ÁFRICA – ESPAÑA).

Discussion conclusive

Être membre d'un réseau est à la fois une contrainte et une liberté. Satisfaire aux exigences du réseau en termes de performance et d'atteinte des objectifs de production et de développement des projets est une exigence de premier plan. Élargir l'espace de sa tente au maximum en profitant des opportunités qu'offrent les différentes institutions concernées passe par une souplesse d'esprit. L'impact d'un réseau ne consiste pas seulement à ajouter de nouveaux membres. Il réside en la capacité des membres à prendre part aux activités et projets du réseau. Il importe d'apprendre à l'intérêt pour les thèmes de recherche qui ne sont pas directement liés à notre champ d'action, mais qui le sont pour les autres membres du réseau. La régularité des rencontres et le sérieux des travaux proposés sont une clé pour la prise en compte de vos intérêts dans le réseau. Enfin, toute opportunité est à saisir pour le positionnement d'un membre compétent du réseau auquel on appartient.

Références bibliographiques

Vincent-Ponroy, J. & Chevalier, F. 2018. https://faculty-research.ipag.edu/wp-content/uploads/recherche/WP/IPAG_WP_2018_006.pdf

Ventolini, S. 2010. Le réseau de développement professionnel des managers : Quels déterminants ? *Revue française de gestion*, 202, 111-126. https://www.cairn.info/revue--2010-3-page-111.htm.

Wolton, D. 2012. Réseaux, altérité et communication : Entretien avec Éric Letonturier. In Letonturier, É. (Ed.), *Les réseaux.* CNRS Éditions. Doi:10.4000/books.editionscnrs.19321.

Les méthodes de type Euler dans un environnement hybride : enjeux épistémologiques et didactiques

Lamjed BRINSI[1], Rahim KOUKI[2]

Résumé

Un enseignement, qui se situe au carrefour des mathématiques et de l'informatique, faisant interagir les mathématiques l'algorithmique et l'informatique dans un environnement qui met en interaction, le classique p/c (papier - crayon) et l'informatique o/l (ordinateur - logiciel) (Brinsi et Kouki, 2023), pourra, sous cératines conditions être de grands intérêts didactiques, Dans cet article nous développons, une réflexion, sur les conditions de viabilité de la résolution numérique des équations différentielles, par les méthodes de type Euler, en première année de l'université, via un tel enseignement hybride. Notre recherche s'appuie sur un croisement de la théorie anthropologique de la didactique développée par Chevallard (1999) avec les registres sémiotiques introduits par Duval (1993) et la double transposition didactique et informatique du point de vue de Briant et Broner (2015). Les analyses des enjeux à la fois épistémologiques et sémiotiques liés aux méthodes de type Euler des aspects à la fois algorithmiques et informatiques ont permis de mettre en lumière les obstacles conceptuels lors des allers retours entre p/c et o/l d'une part, et des difficultés rencontrées par les étudiants en lien avec ce thème d'étude, d'autre part. Nous montrons, enfin, que ce dispositif hybride permettra un développement conjoint des connaissances mathématiques et informatiques pour surmonter les difficultés rencontrées notamment dans l'environnement papier crayon (Brinsi, 2020).

Mots clés : double transposition, Euler, hybride, Maple, équations différentielles

Abstract

A teaching approach that lies at the intersection of mathematics and computer science, integrating mathematics, algorithmics, and computer science in an environment that interacts between the classic p/c (paper-pencil) and o/l (computer-software) settings (Brinsi and Kouki, 2023), can, under certain conditions, be of significant didactic interest. In this article, we develop a reflection on the viability conditions for the numerical resolution of differential equations using Euler-type methods in the first year of university through such a hybrid teaching approach. Our research is based on a combination of the anthropological theory of didactics developed by Chevallard (1999), the semiotic registers introduced by Duval (1993), and the dual didactic and computational transposition from the perspective of Briant and Broner (2015). The analysis of both the epistemological and semiotic stakes related to Euler-type methods, from algorithmic and computational aspects, highlights the conceptual obstacles encountered during the transitions between p/c and o/l, as well as the difficulties faced by students related to this topic. Finally, we demonstrate that this hybrid approach will facilitate the joint development of mathematical and computational knowledge to overcome the difficulties encountered, particularly in the paper-pencil environment (Brinsi, 2020).

Keywords : dual transposition, Euler, hybrid, Maple, differential equations.

[1] Université Virtuelle de Tunis, Tunisie.
[2] Université Virtuelle de Tunis, Tunisie.

Introduction

Les équations différentielles (ED) étant utilisées dans la modélisation mathématique du comportement des phénomènes évolutifs dans presque tous les domaines de l'activité humaine ce qui fait que le thème d'étude (ED), est utile et incontournable dans l'enseignement des mathématiques à l'université. Artigue (1989), Arslan (2005), Malonga (2008), Brinsi (2020), Kouki & Griffiths (2021) *als* soulignent la prédominance de l'approche algébrique dans l'enseignement des ED en première année de l'université. Celui-ci se limite généralement à la résolution algébrique d'équations différentielles linéaires du premier et du second ordre à coefficients constants, et parfois à coefficients variables, mais prédéfinies de sortes qu'elles soient accessibles algébriquement. De plus, il n'y a que très peu de liens mis en jeu entre les équations différentielles et d'autres disciplines, comme l'informatique ou la physique et une quasi-absence de travaux de modélisation par les équations différentielles.

Ces constats nous amènent à se demander si d'autres approches sont viables à l'entrée à l'université ? Sous qu'elles conditions et quels systèmes de contraintes ?Dans cet article, nous présentons une réflexion théorique sur les enjeux épistémologiques et didactiques relatif à la mise en place de l'approche numérique de résolution des ED par les méthodes de type Euler, en première année universitaire, via un enseignement que nous qualifions d'« hybride » celui-ci fait interagir les mathématiques, l'algorithmique et l'informatique, dans un environnement, qui met en interaction le classique (papier-crayon (p/c)) et l'informatique (ordinateur -logiciel (o/l)),se présentant comme des travaux pratiques en mathématique via des logiciels spécifiques tels que Maple, Matlab,…

1. Cadre théorique

1.1. Notion de praxéologie

La théorie anthropologique du didactique TAD (Chevallard, 1998,199 9), *situe l'activité mathématique, et donc l'activité d'étude en mathématiques, dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales* » (Chevallard, 1999, p.223), elle admet en effet que son accomplissement, peut être subsumée sous un modèle unique, que (Chevallard 1999) nomme « *praxéologie* » dont une abréviation universelle est « les 4 t » ou $[t/\tau/\theta/\Theta]$ où t désigne la tache en question et qui relève d' un type de tache T, τ est la technique à adopté c'est-à-dire la manière de faire, de réaliser ou d'accomplir la tâche t, elle n'est pas nécessairement de nature algorithmique ou quasi algorithmique, même s'il l'est apparemment pour les types de tâches, autrement dit une tâche donnée pourra être accomplie au moyen de différentes techniques, mais c'est selon l'institution (niveau scolaire ou universitaire, par exemple) qu'une seule ou plusieurs techniques sont reconnues. θ: la Technologie est « le *discours rationnel – le logos sur la technique, discours ayant pour objet premier de justifier "rationnellement" la technique, en nous assurant qu'elle permet bien d'accomplir les tâches du type T, c'est-à-dire de réaliser ce qui est prétendu* » (Chevalard, 1999, p.224*)*,en général c'est une formule, une règle, un théorème*,*…. En fin la théorie Θ est la technologie de la technologie, c'est-à-dire le discourt justificatif de la technologie. L'accomplissement de certains types de tâches comme la résolution numérique des ED par les méthodes de type Euler dans un environnement hybride donne lieu à de nouvelles praxéologies « praxéologies mixtes » (Artaud, 2003), qui mêlent mathématiques et d'autres disciplines à savoir l'informatique et l'algorithmique, où il est fondamental d'examiner leur inintégration dans les systèmes d'enseignement ainsi que leur mise en œuvre dans la pratique. Les techniques et les technologies qui les soutiennent sont plus complexes et ne vont pas de soient puis qu'elles relèvent de différentes disciplines, et elles impliquent une manipulation régulière de signes et de symboles représentatifs d'opérations et d'objets. Cette dimension sémiotique renvoie à la notion de registres représentations sémiotiques (Duval, 1993) que nous présentons brièvement dans le paragraphe suivant.

1.2. Registre sémiotiques (de Duval)

La mise en œuvre d'une technique relative à une praxéologie mathématique ou mixte met en œuvre des représentations sémiotiques qui sont des signes et des symboles nécessaires à représenter et acquérir des concepts auxquels ils renvoient, qui interviennent dans le passage d'un environnement à un autre ou d'une discipline à une autre. Ces représentations obéissent à des règles bien établies, sous une même enveloppe, que Duval appelle :« *registre de représentation sémiotique* ». Selon Duval 1993, un registre de représentation sémiotique doit permettre la réalisation de trois activités cognitives fondamentales de la pensée : formation, traitement et conversion d'une représentation. La conversion entre registres consiste en une transformation d'une ou plusieurs représentations d'un objet de savoir dans un registre à une ou plusieurs représentations dans un autre, de telle façon que ces dernières permettent d'expliciter d'autres significations relatives à ce qui est représenté. Duval (1993) explique qu'un point fondamental dans l'activité mathématique n'est pas l'utilisation nécessaire de représentations sémiotiques, mais la capacité à passer d'un registre de représentation sémiotique à un autre, c'est-à-dire la capacité à reconnaître des représentations d'un même objet dans des registres différents. Notons que les *conversions* d'une représentation d'un objet de savoir dans un registre en d'autres représentations dans d'autres registres, ne va pas de soi et peut susciter de grandes difficultés chez les étudiants.

1.3. Le modèle de la double transposition (Briant et Bronner 2015)

Briant et Bronner (2015), mettant en évidence la distance qui sépare l'activité initiale de résolution d'un problème mathématique dans l'environnement classique (papier/crayon), de sa programmation sur machine et prenant en considération l'aspect algorithmique relativement à l'aspect mathématique et son impact sur ce processus, développent la notion de la double transposition de la résolution d'un problème mathématique en vue de sa programmation qui peut se schématiser comme suit.

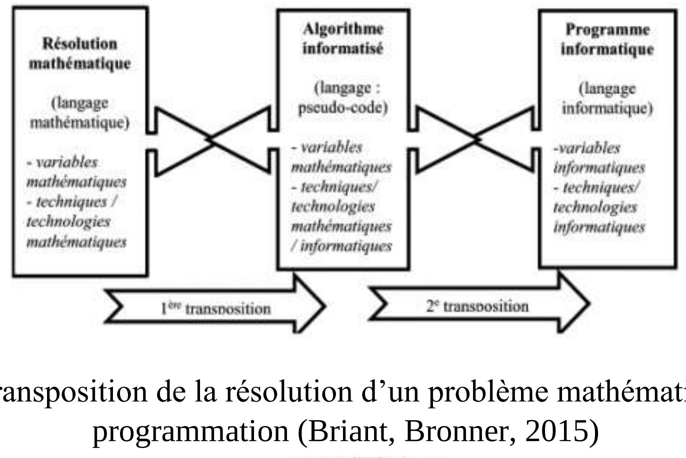

Fig 1 : Double transposition de la résolution d'un problème mathématique en vue de sa programmation (Briant, Bronner, 2015)

Les auteurs distinguent « algorithme informatisé » (écrit en langage « pseudo-code ») de « programme informatique » (en langage informatique**)**. Selon ce modèle trois types de résolutions sont impliqués dans la double transposition de la résolution d'un problème mathématique en vue de sa programmation : *La résolution mathématique* consiste en la résolution du problème dans le cadre mathématique « habituel », c'est-à-dire dans l'environnement classique papier-crayon. Cette résolution va aboutir à un « algorithme mathématique », une fois la résolution mathématique achevée, une première transposition aura lieu. Elle consiste à transposer l'algorithme mathématique en un algorithme informatisé écrit en pseudo-code, c'est « la résolution algorithmique » suite à cette première transposition, une deuxième transposition aura lieu, elle consiste en l'écriture du programme traduisant l'algorithme informatisé en un langage informatique adéquat au logiciel en jeu, et c'est la *résolution informatique.* La première transposition *« transposition algorithmique »* consiste à

> *« dégager une démarche algorithmique sur le problème à résoudre »* ce qui *amène à se situer au niveau d'un type de tâches, et non plus au niveau de la tâche elle-même (au sens de Chevallard 1999). C'est-à-dire qu'un point de vue plus général est abordé, au-delà des cas particuliers de certaines variables, permettant ainsi un accès plus important aux concepts en jeu et une meilleure compréhension de ceux-ci.* (Briant, Bronner 2015, p.232).

Elle *(la transposition algorithmique)* se fait à différents niveaux :

- *au niveau du langage* : il s'agit de passer d'un langage mathématique habituels, à un langage en pseudo-code : c'est « *un langage intermédiaire, inspiré des instructions des langages informatiques, mais libéré de certaines contraintes et manipulant directement les objets mathématiques »* (Modeste 2012, p.24)
- *au niveau des techniques*, celles-ci diffèrent d'un algorithme à un autre, de même les technologies-théories sous-jacentes s'en trouvent alors modifiées.

De même la seconde transposition : *transposition informatique* se fait à son tour à différents niveaux **:**

- *au niveau du langage* : il s'agit de passer du langage LDA (Langage de Description d'Algorithmes) écrit en pseudo-code à un langage informatique, c'est-à-dire un langage de programmation, adéquat au logiciel en jeu.
- *au niveau des variables* : les variables mathématiques utilisées dans les algorithmes vont céder la place aux variables informatiques dans le programme informatique[3].

Et « Au *niveau des techniques et technologies utilisées :* aux techniques et technologies-théories propres à la résolution du problème en environnement papier-crayon, viennent s'adjoindre celles liées aux principes de programmation informatique (notion de variables

[3] En mathématique une variable est abstraite et conceptuelle. Elle est utilisée pour représenter une valeur inconnue ou variable dans une équation ou une formule mathématique. Sans jamais connaître sa valeur, on peut effectuer des opérations sur une variable dans une expression. En revanche une variable informatique est un espace de stockage sur un ordinateur. Elle ne contient pas uniquement une valeur, mais également un nom, un type, une adresse, etc.

informatiques, affectation de variables, lecture/écriture, structures alternatives, structures répétitives. » (Briant –Bronner, 2015, p.237).

2. Enjeux didactiques et épistémologiques des méthodes de type Euler

2.1 Les méthodes de type Euler.

L'intégration approchée ou la résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre connaissant une condition initiale (problème de Cauchy), qui se présente sous la forme : *(E)* : $\begin{cases} y' = f(x,y),\ x_0 \le x \le x_0 + T \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ est une technique, appelée « méthode numérique », qui permet de réaliser la tâche t : « approcher numériquement et graphiquement la solution “exacte” F de E, sur l'intervalle $I = [a,b] = [x_0, x_0 + T]$ ». Elle consiste à effectuer une subdivision de l'intervalle$I, a = x_0 < x_1 < \cdots < x_k < \cdots < x_{N-1} < x_N = b$, et à générer l'ensemble des $(y_i)_{0\le i\le n}$, les valeurs numériques approximatives respectives des $(F(x_i))_{0\le i\le n}$. Une fois obtenues, la courbe polygonale reliant les points $(A_i(x_i, y_i))_{0\le i\le n}$ serait une approximation graphique de la courbe de la fonction, et la fonction Y affine par morceaux définie sur $[\mathrm{a,b}]$ ayant pour valeurs y_i aux points x_i deviendra l'approximation numérique de F. Ainsi, elle permet d'avoir des informations numériques et quantitatives, sur le comportement de la solution sur l'intervalle I. Il faut noter que les équations différentielles algébriquement accessibles désignent l'exception non pas la règle, il serait donc indispensable, en l'absence de formules explicites, d'approcher numériquement les solutions d'ED, et se donner par la suite, les moyens de calculer effectivement les approximations nécessaires tout en maîtrisant autant que possible l'erreur commise.

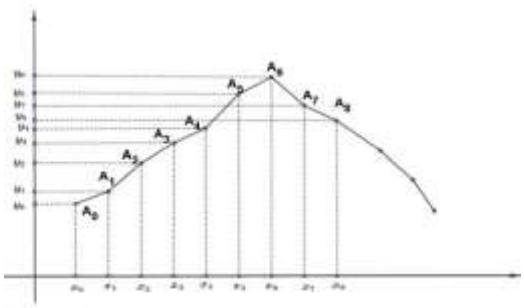

Fig 2 : Illustration graphique de la courbe polygonale que donne une méthode numérique

Les méthodes de type Euler sont des méthodes approximatives basées sur la discrétisation de la variable x, l'intervalle $[a,b] = [\mathrm{x}_{0}, \mathrm{x}_0 + \mathrm{T}]$ est divisé en un nombre N de subdivisions à pas égales, c'est-à-dire de même longueur, $\mathrm{h} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{N}}$ soit $x_{k+1} = x_k + h$, et sur des formules de quadrature (rectangles à gauche, rectangles à droite, trapèzes, point milieu…) pour approcher la forme intégrée de l'équation différentielle E: $\forall\ \alpha, \beta \in [x_0, x_0 + T]$, on a: $y(\beta) - y(\alpha) = \int_\alpha^\beta y'(x)dx = \int_\alpha^\beta f\big(x, y(x)\big)dx$; C'est cette stratégie qui permet de proposer une relation de récurrence dite « schéma numérique » de la méthode en jeux, permettant d'approcher y_{k+1} en fonction de y_k , x_k et h en considérant pour les valeurs successives de k : $\alpha = x_k$ et $\beta = x_{k+1}$dans l'intégrale ci-dessus, soit :$y_{k+1} = y_k + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f\big(x, y(x)\big)dx$. Le schéma numérique d'une méthode est dit explicite si y_{k+1} pourra être calculé directement à partir de, y_k , x_k et h , et appelé implicite si le calcul de $\mathrm{y_{k+1}}$ exige la résolution d'un problème graphique.

Bien entendu les schémas explicites mettent beaucoup moins de temps de calculs que ceux qui sont implicites, et ont le mérite d'être faciles à utiliser et à programmer. Nous présentons dans ce qui suit trois méthodes de type Euler à savoir : Euler explicite, Euler implicite amélioré, et la méthode de Heun.

2.1. Précisions de la Méthode d'Euler

Le principe de la méthode d'Euler explicite consiste à approcher, l'intégrale de l'équation différentielle E sur l'intervalle $[x, x+h] \subset I$ par quadrature des rectangles à gauche : pour h assez petit, $\int_x^{x+h} y'(s)ds = y(x+h) - y(x) = \int_x^{x+h} f\big(s, y(s)\big)ds \approx h.f(x, y(x))$, D'où la formule d'Euler $\boldsymbol{y(x+h) \approx y(x) + hf(x, y(x))}$. Notons que cette formule pourra être justifiée par la technologie qui repose sur le fait que la solution « y » visée, par le problème de Cauchy, existe et est dérivable sur $]\mathrm{a}, \mathrm{b}[$, et par suite elle admet un développement limité au moins à l'ordre 1 au voisinage de tout point x de l'intervalle $]x_0\, , x_0 + T[$. On peut ainsi écrire que : $y(x+h) = y(x) + h.y'(x) + o(h)$ et connaissant la valeur de $\mathrm{y}(x)$, pour une valeur raisonnablement petite de h , l'expression $y(x) + h.y'(x)$ est une approximation acceptable de $\mathrm{y}(x + \mathrm{h})$. Comme l'expression de $y'(x)$ qui est $f(x, y(x))$ est connue, on obtient ainsi l'approximation d'Euler » : $y(x+h) \approx y(x) + h.f(x\, , y(x))$.

Une autre technologie permet de justifier cette technique d'approximation repose simplement sur la traduction en termes de limites et de dérivabilité de la solution visée qui se traduit mathématiquement par $\lim\limits_{\mathrm{h}\to 0}\left(\frac{\mathrm{y}(x+\mathrm{h})-\mathrm{y}(x)}{\mathrm{h}}\right) = \mathrm{y}'(x)$. Ainsi, pour une valeur assez petite de h ≈ 0 on a : $\frac{y(x+h)-y(x)}{h} \approx y'(x) = f(x, y(x))$ ce qui permet de retrouver la formule : « $y(x+h) \approx y(x) + h.f(x\, , y(x))$ » (localement la courbe de la fonction y ressemble à sa tangente). La figure 3 ci-dessous illustre graphiquement et géométriquement la méthode d'Euler explicite.

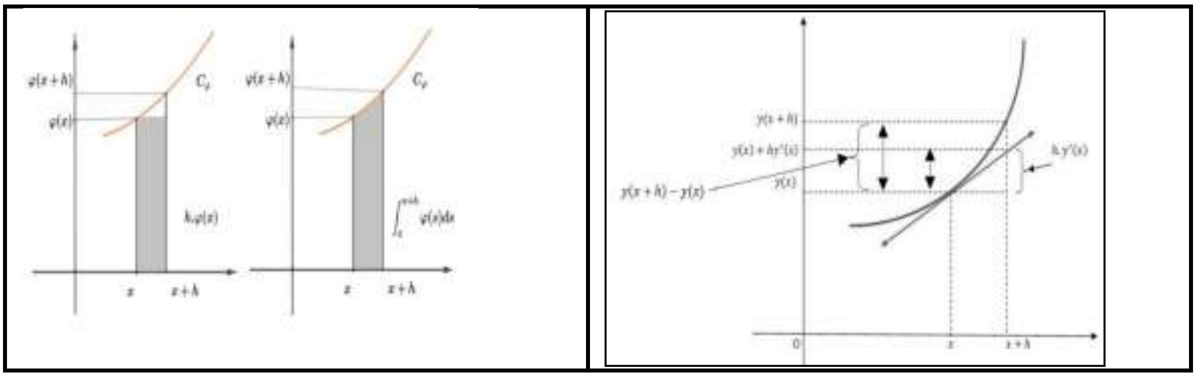

Fig 3 : Illustration graphique et géométrique du principe de la méthode d'Euler explicite

La valeur estimé de la solution F au point $x_1 = x_0 + h$ si on la note $\mathrm{y_1}$ est donnée par :

$\mathrm{y_1 = y_0 + h.f(x_0\, , y_0)}$, puisque $\mathrm{F(x_1) = y(x_0 + h) \approx y(x_0) + h.f(x_0, y_0)}$

Celle aux point $\mathrm{x_2 = x_0 + 2h = x_1 + h}$ si on la note $\mathrm{y_2}$ est donnée par :

$y_2 = y_1 + h.f(x_1, y_1)$, puisque $F(x_2) = y(x_1 + h) \approx y(x_1) + h.f(x_1, y_1)$ et ainsi de suite on construit la suite réelle récurrente $(y_k)_{0\leq k\leq N}$des valeurs approchées des $F(x_k)$ les valeurs de la solution F aux points $(x_k)_{0\leq k\leq N} = (x_0 + kh)_{0\leq k\leq N}$, que nous appelons le schéma numérique d'Euler explicite :$\begin{cases} y_0 = y(x_0) \\ y_{k+1} = y_k + h.f(x_k, y_k); \end{cases} \forall\, 0 \leq k \leq N-1$

2.3. Méthode d'Euler implicite améliorée

Le principe de ladite « Méthode d'Euler implicite consiste à approcher, l'intégrale de l'équation différentielle E sur l'intervalle $[x, x+h] \subset I$ par quadrature des rectangles à droite : pour h assez petit

$\int_x^{x+h} y'(s)ds = y(x+h) - y(x) = \int_x^{x+h} f(s, y(s))ds \approx h.f(x+h, y(x+h))$, D'où la formule d'Euler implicite $y(x+h) \approx y(x) + hf(x+h, y(x+h))$.

Ci-dessous, la figure 4 illustre la méthode d'Euler implicite améliorée dans un registre graphique du cadre de la géométrie.

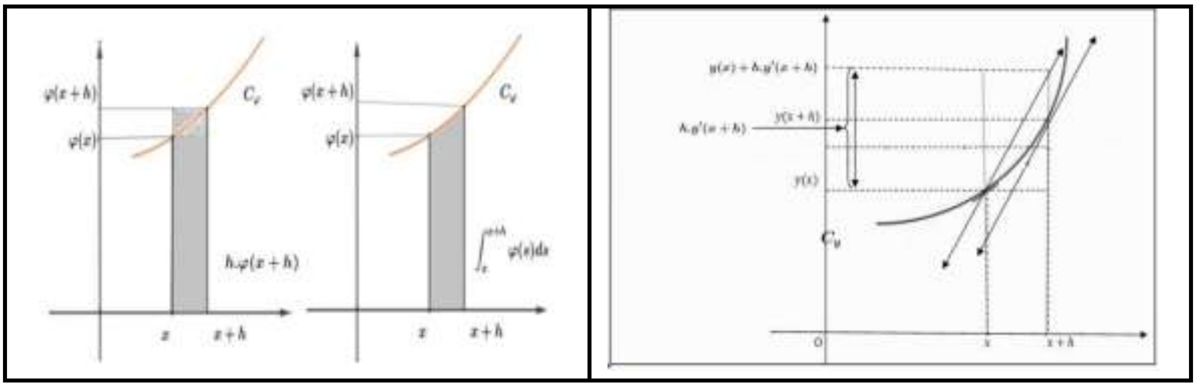

Fig 4: Illustration graphique et géométrique du principe de la méthode d'Euler implicite

Cette formule se traduit dans la pratique par $y(x_k + h) \approx y(x_k) + h.f(x_k + h, y(x_k + h)$. D'où le schéma numérique d'Euler implicite: $y_{k+1} = y_k + h.f(x_k + h, y_{k+1})$. Contrairement au cas de la méthode explicite, dans cette dernière formulation la valeur inconnue y_{k+1} est liée elle-même par une fonction, et son calcul met en jeux la résolution d'une équation de la forme $z - h.f(\alpha, z) = \beta$, l'inconnue z désigne y_{k+1}, $\alpha = x_k + h$ et $\beta = y_k$ elle est donc définie implicitement, d'où l'aspect implicite de la méthode. Donc, la mise en œuvre de méthode (ou du schéma numérique d'Euler implicite exige généralement (sauf pour expressions particulièrement simples de la fonction *f*, (le cas linéaire par exemple) le recourt à des méthodes itératives de résolution numérique d'équations algébriques du type Newton-Raphson à chaque itération. Ainsi si f n'est pas linéaire, la mise en œuvre de la méthode d'Euler implicite telle qu'elle est, implique des calculs compliqués. Ceci lui donne l'aspect d'une méthode quasiment-pas pratique. En remplaçant $y(x+h)$ par sa valeur estimée avec Euler explicite on aura une formule pratique qui a un aspect explicite et alors le mérite d'être facile à utiliser et à programmer, c'est la dite : « formule d'Euler implicite améliorée » : pour $h \approx 0$ on a : « $y(x+h) \approx y(x) + h.f(x+h, y(x) + hf(x, y(x)))$. Cette formule se traduit dans la pratique par : $y(x_k + h) \approx y(x_k) + h.f(x_k + h, y(x_k) + hf(x_k, y_k))$. D'où le schéma numérique d'Euler implicite améliorée : $y_{k+1} = y_k + h.f(x_k + h, y_k + h.p)$ où $p = f(x_k, y_k)$

3. Méthode de Heun

Pour $x \in I$ et h assez petit de sorte que $[x, x+h] \subset I$, si on approche l'intégrale de l'équation différentielle E sur l'intervalle $[x, x+h]$ par quadrature des trapèzes, et on pose $\varphi(x) = f(x, y(x))$ on aura :

$\int_x^{x+h} y'(s)ds = y(x+h) - y(x) = \int_x^{x+h} \varphi(s)ds \approx \frac{h}{2}.[\varphi(x) + \varphi(x+h)]$, c'est-à-dire pour h suffisamment petit on a l'approximation :$y(x+h) \approx y(x) + \frac{h}{2}.[\varphi(x) + \varphi(x+h)]$ c'est-à-dire, $y(x+h) \approx y(x) + \frac{h}{2}.[f\big(x, y(x)\big) + f(x+h, y(x+h))]$ .Cette formule dite « formule d'Euler améliorée : ou de Crank-Nicolson, a un aspect implicite. Pour les mêmes raisons que la méthode d'Euler implicite elle n'est donc quasiment pas pratique, et pour se faire on pourra remplacer $y(x+h)$ par sa valeur estimée avec Euler explicite c'est-à-dire $y(x+h) \approx y(x) + h.f(x, y(x))$, et si on pose $P = f(x, y(x))$ on aura la formule de Heun : $y(x+h) \approx y(x) + \frac{h}{2}.[f\big(x\,, y(x)\big) + f\big(x+h\,, y(x) + hP\big)\big]$, qui dans la pratique amène au schéma numérique de Heun à savoir : $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}[P + f(x_k + h, y_k + h.P)]$ qui a un aspect explicite et alors le mérite d'être, plus pratique et plus facile à programmer

Ci-dessous, la figure 5 illustre graphiquement et géométriquement la méthode de Crank-Nicolson-Heun.

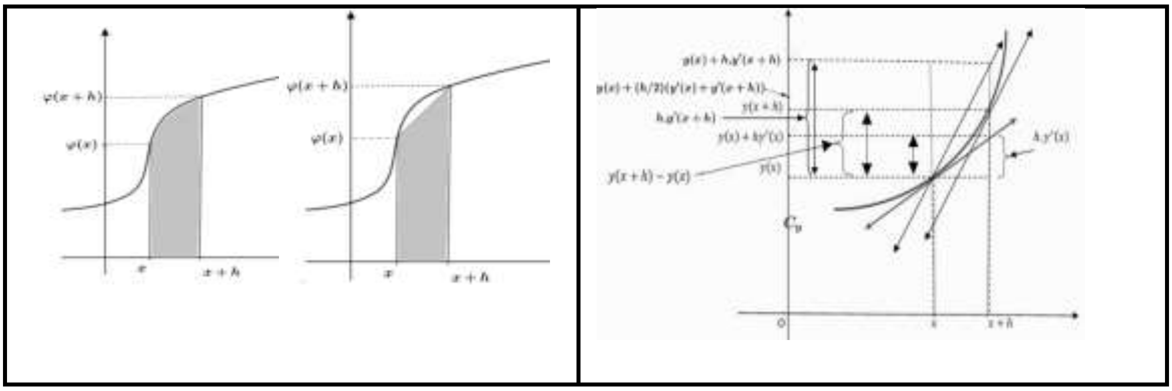

Fig 5: Illustration graphique et géométrique du principe de la méthode de Heun

4. Aspects épistémologiques et didactiques des méthodes de type Euler

Notons que les méthodes de types Euler supposent que, si f est de classe C^1, c'est-à-dire différentiables et ces dérivées partielles par rapport à x et y sont continues alors la fonction Y affine par morceaux définie sur l'intervalle $[\mathrm{x_0}, \mathrm{x_0} + \mathrm{T}]$ par $\mathrm{Y(x_k)} = \mathrm{y_k}$ pour tout $\mathrm{k} \in \{0,1, \dots \mathrm{N}\}$, converge vers la solution exacte dans le sens où l'écart maximum avec la solution exacte diminue quand le pas h diminue; $\lim\limits_{h=\frac{T}{N}\to 0} \max\limits_{n\in[\![0,N]\!]} |\, y_n - y(x_n)| = 0$, donc pour un pas h de discrétisation suffisamment petit (soit un nombre N assez grand de subdivisions) de l'intervalle $[\mathrm{x_0}, \mathrm{x_0} + \mathrm{T}]$, la courbe reliant les points $\mathrm{A_k(x_k, y_k)}$ étant proches des points $\mathrm{M_k(x_k, F(x_k))}$ est une bonne approximation graphique de la solution visée F et une étude qualitative de celle-ci pourra renseigner beaucoup d'informations sur le comportement de F (variations, extrémums, valeur en un point x…). Ainsi, si l'on souhaite que cette vision approximative du comportement de la fonction F « solution "exacte" » soit bonne, le choix du pas de discrétisation h doit être suffisamment petit. Par conséquent le nombre N des itérations (le nombre de valeurs à calculer), peut alors devenir très important, ce qui impose une certaine économie et rapidité de calcul et une mémorisation importante., ce qui exige le recours à l'outil informatique .Ainsi la mise œuvre de l'approche numérique de résolution des ED nécessite un environnement informatique via un logiciel de calcul symbolique, et alors une double transposition et trois types de résolutions au sens de Briant et Broner 2015.

Lors de la mise en œuvre d'une méthode de type Euler, on ramène l'équation différentielle du premier ordre à la forme : (E) :$y' = f(x, y)$ où f est une fonction numérique à deux variables réelles. La solution lorsqu'elle existe sur un l'intervalle I représente une fonction F dérivable sur I et vérifiant : « $\forall x \in I,\ F'(x) = f(x, F(x))$ ». Ainsi cette technique met en avant des représentations sémiotiques qui renvoient à objets de savoirs de nature différentes : la fonction numérique y de la variable x (inconnue), une fonction Y affine par morceaux sur I (solution approchée), f la fonction numérique à deux variables réelles (x, y) qu'exige la mise de l'ED en question sous forme d'un problème de Cauchy, et F la fonction solution exacte en particulier dans les situations où la solution exacte de l'ED est accessible algébriquement et où il est demandé de la comparer avec celle d'Euler. Les confusions entre les variables mathématiques et les variables informatiques à partir des représentations sémiotiques qui les véhiculent sont souvent à l'origine des difficultés rencontrées par les étudiants (Brinsi, 2020)

5. Enjeux sémiotiques liés aux méthodes de type Euler

Dans la mise en œuvre d'une méthode de type Euler, nous identifions trois registres de représentations sémiotiques impliqués dans la résolution.

-Le registre numérique (RN) : ce sont les tableaux de valeurs, ou valeurs isolées, qu'elles soient expérimentales ou calculées soient les valeurs numériques des points x_k de discrétisation, ainsi que les valeurs numériques approchées des termes de la suite définie par le schéma numérique de la méthode en jeux.

-Le registre symbolique, formel (RS) : ce sont les expressions mathématiques, les signes et les symboles, mobilisés, ainsi que les variables affectées au niveau des algorithmes. On peut par exemple différencier le registre algébrique du registre fonctionnel et celui des algorithmes. Le registre algébrique présente deux aspects : le discret et le continu, le caractère « continu » est celui pour lequel la fonction est définie en tant que « solution d'un problème de Cauchy » elle est définie par l'expression de sa dérivée et de sa valeur en un point, ce qui suppose implicitement qu'elle est continue par rapport à la variable indépendante$x$, (étant dérivable donc continue). Le caractère discret correspond au schéma numérique de la méthode, adoptée Une autre hypothèse encore pertinente, mais considérer si évidente jusqu'à qu'elle n'est quasiment jamais mentionnée est que la variable indépendante x est elle-même continue

- Le registre graphique (RG) : ce sont les courbes représentatives des fonctions solutions des ED (exacte ou approchées).

L'intégration numérique d'une ED par une méthode Euler, requière non seulement des conversions entre ces différents registres, mais également une certaine flexibilité dans le passage d'un environnement de travail à un autre. Trois étapes sont impliquées dans cette tâche. La première, est à réaliser dans l'environnement papier crayon c'est « la discrétisation de l'ED », qui consiste à discrétiser l'intervalle et à construire une suite réelle « schéma numérique » à partir de l'équation différentielle. Il s'agit d'un passage du continu au discret dans le registre algébrique, ce qui constitue un saut conceptuel important. La deuxième étape renvoie à la détermination de la liste ou table de valeurs numériques approchées des termes la suite définie par le schéma numérique. La troisième étape consiste à construire la courbe polygonale qui désigne l'approximation graphique de la solution visée qui se présente comme une fonction affine par morceaux, elle renvoie à un retour du discret au continu. Notons que pour réaliser ces deux étapes 2 et 3 ,il est plus efficace de recourir à l'outil informatique et plus précisément à un logiciel qui permet d'effectuer, les calculs itératifs des valeurs numériques des termes des suites réelles exigées par le schéma numérique de la méthode en jeux, qui sont les coordonnées des points dont la courbe polygonale qui les relie, désigne l'approximation graphique de la solution « exacte » de l'ED en question, de construire une telle courbe approchée, de superposer plusieurs courbes dans un même repère, et de déterminer, la solution « exacte » et la représenter graphiquement (dans le cas d'une équation différentielle accessible avec les techniques algébriques)

Ainsi du point de vue de son intérêt didactique, le choix d'une ED accessible algébriquement servira de référence. En effet, en superposant sa courbe « exacte » avec des courbes approchées obtenues avec différentes valeurs du pas h, on pourra, à partir de l'écart entre ces différentes courbes et celle exacte, visualiser et constater l'effet du pas choisi (ou du nombre de pas de la subdivision de l'intervalle d'étude), c'est-à-dire la convergence de la suite des fonctions, solutions approchées en fonction du nombre de pas de la subdivision.

En superposant la courbe « exacte » avec des courbes approchées obtenues avec un même pas de discrétisation *h*, mais par des méthodes numériques différentes ; ceci permettra de visualiser et comprendre, la performance d'une méthode par rapport à une autre

Le tableau 1 ci-dessous synthétise les étapes requises dans les deux environnements en fonction de la nature des registres sémiotique mobilisés

Environnement papier -crayon		Environnement informatique	
Etape1		Etape2	Etape 3
Registre algébrique continu	Registre algébrique discret	Registre numérique discret	Registre graphique Discret/ Continu
$x \in [x_0, x_0 + T]$ $ED: \begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$	Suite numérique $x_k = x_0 + k.h$ Schéma numérique $y_{k+1} = \phi(x_k, y_k, h)$	Liste des valeurs numériques calculées des x_k et des y_k	Courbe des points $A_k(x_k, y_k)$ isolés (style -point) discret
			Courbe polygonale reliant des points $A_k(x_k, y_k)$ (style -ligne) continue

Tableau 1 – Les registres de représentations sémiotiques impliqués dans la résolution numérique d'ED, dans les environnements classiques et informatiques (Brinsi.2020)

6. La double transposition dans le contexte des méthodes de Type Euler

La mise en œuvre d'une méthode numérique de résolution d'ED, dans un environnement hybride mettant en interaction le classique (papier-crayon) et l'informatique (ordinateur - logiciel), en particulier si elle n'est pas prédéfinis parmi les fonctionnalités disponibles en commandes du logiciel en jeu, comme c'est le cas des méthodes de type Euler et le logiciel Maple (version 6), n'est autre qu'une *résolution d'un problème mathématique en vue de sa programmation au sens de* (Briant, Bronner, 2015) qui exige une double transposition dans laquelle les trois types de résolution sont impliqués: la résolution mathématique, la résolution algorithmique et la résolution informatique. La résolution mathématique consiste à la mise de l'EDL en question sous forme d'un problème de Cauchy, de préciser le pas de discrétisation h, le nombre de pas et écrire le schéma numérique de la méthode relativement à l'ED en question, il s'agit de définir les relations de récurrence permettant les calculs des termes des suites $(x_k)_{0\leq k\leq N}$ et $(y_k)_{0\leq k\leq N}$ c'est le « programme mathématique ». La résolution algorithmique consiste à transposer ce programme mathématique en un algorithme (Algorithme de la méthode) c'est la première transposition. Ce dernier doit subir à son tour une deuxième transposition (transposition informatique) en un programme informatique exécutable par le logiciel de calcul symbolique en jeu, permettant d'effectuer les calculs itératifs, et afficher et/ou enregistrer la liste des valeurs numériques calculées.

Dans le cas du logiciel « Maple », celle-ci peut être réalisée avec plusieurs techniques, dont l'une est la suivante :

```
> N :=… ;le nombre de pas T :=… ; durée de la simulation ;  h:=evalf((T/N);le pas de
discrétisation    x[0]:=…; y[0]:=…; la condition initiale   f:=(x,y)->…;
 > for k from 0 to N-1 do;
x[k+1]:=x[k]+h;
y[k+1]:=y[k]+ϕ(x[k], y[k], h);od;
```

L'exécution de ce programme permet de calculer les valeurs numériques des x_k et des y_k pour différentes valeurs de k=0,1,2… N, et les afficher en liste ou les mémoriser sans les afficher selon que la boucle « for » est fermée par un point-virgule « ; » ou deux-points « : ».

La technique relative à la construction de la courbe approximative visée (courbe polygonale reliant les points $M_i(x_i, y_i)$,$0 \leq i \leq N$, et dont les sommets sont visibles) met en œuvre quatre types de tâches réunis **:** T1 : Déclarer la liste des coordonnées des points « > L :=[[x[k],y[k]]$k=0.. N];) **,** T2:Construire C1: la courbe polygonale reliant les points"> plot(L, color =….) ;" **,**T3 : Construire C2 : les points isolés "> plot(L ,style = point, color=…); " **et** T4 : superposer C1 et C2 "> display (C1,C2) ;"

Nous résumons dans le tableau 2 ci-dessous les trois types de résolutions impliquées dans le cas de la résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre par la méthode de Heun, en vue de sa programmation sur Maple.

	Résolution mathématique	Résolution algorithmique	Résolution informatique
ED du second ordre avec conditions initiales dont la solution existe sous certaines conditions	*Suites de Heun relative à l'ED*	*Algorithme de Heun relative à l'ED*	*Programme de calcul des termes de la suite de de Heun implémenté par la boucle de répétition de type "for"*
?? Approcher la solution de l'ED : $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ *Sur l'intervalle* $[x_0, x_0+T]$, *par la méthode de Heun*	*Choisir N le nombre de pas de discrétisation de l'intervalle* $[x_0, x_0+T]$ *Définir le pas de discrétisation h= T/N ;* *Définir les suites de Heun :* $\begin{cases} x_0 = x_0 \\ x_{k+1} = x_k + h \end{cases}, P = f(x_k, y_k)$ $\begin{cases} y_0 = y_0 \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}[P + f(x_k+h, y_k+h.P)] \end{cases}$	*Algorithme* *Initialisation des données* *f, T, N, et h* *Initialisation des conditions initiales :* $x = x_0$, $y = y_0$ *Tant que* $x \leq T$ *faire :* *a-Calculer* $p = f(x,y)$ $x = x + h$ *b-calculer* $y = y + .\frac{h}{2}[P + f(x+h, y+h.P]$ *c- afficher les données*	*Programme* *>f:=(x,y)->... ; >T:=... ; N:=... ; h:=T/N ;* *x[0]:=*x_0 *; y[0]:=* y_0*;* *for k from 0 to N − 1 do;* $P := f(x[k], y[k])$; $x[k+1] := x[k] + h$; $y[k+1] := y[k] + \frac{h}{2}(P + f(x[k]+h, y[k]+hP))$; *od ;*
	1ière transposition	2ième transposition	

Tableau 2 : La double transposition de la résolution numérique d'une EDO du 1er ordre par la méthode Heun.

Conclusion

Dans cette recherche analytique nous avons développé une réflexion didactique sur les enjeux épistémologiques et sémiotiques liés à la mise en œuvre des méthodes de type Euler pour approcher les solutions des équations différentielles dans le cadre de l'enseignement des mathématiques sous un aspect hybride mettant en interaction le classique (p/c) et l'informatique (o/l).

Nous pensons avoir mis en lumière les apports didactiques d'une telle réflexion pour repérer les difficultés qui peuvent être rencontrées dans le cas d'une double transposition mathématique et algorithmique puis informatique. Des obstacles conceptuels peuvent apparaitre lors des conversions entre registres ou dans la gestion des deux environnements. La distinction entre les variables mathématiques et les variables informatiques est le plus souvent à l'origine des difficultés que rencontrent les étudiants, en particulier lors de la deuxième transposition algorithme-programme, où il est indispensable de développer une telle compétence interdisciplinaire dans l'enseignement. En ce qui concerne la mise en œuvre des méthodes de types Euler qui sont apriori faciles à être conceptualisées et programmées ; la maîtrise des concepts mathématiques est un élément fondamental pour appréhender la technique et les défis posés par ces méthodes et l'approche numériques de résolution des ED en général.

Références bibliographiques

Artigue, M. (1989). Une recherche d'ingénierie didactique sur l'enseignement des équations différentielles du premier cycle universitaire, *Cahier du séminaire de Didactique des Maths et de l'Informatique de Grenoble*, IMAG, pp. 183-209.

Artaud, M. (2003). Analyser des praxéologies mathématiques et didactiques » à calculatrice » et leur écologie. Jun 2003, Reims, France. Edutice-00001315.

Brinsi, L. (2020). La résolution numérique des équations différentielles dans un environnement informatique en première année d'université : pratiques enseignantes et genèse instrumentale des étudiants. Mémoire de master de recherche en didactiques des mathématiques ISEFC : Université Virtuelle de Tunis

Brinsi, L. , Kouki, R. (2023). Méthodologie d'une recherche portant sur l'exploration des conditions et des contraintes de la mise en place d'un enseignement « hybride » au carrefour des mathématiques et de l'informatique. In R. Kouki & A. Nacer (Eds). Séminaire de l'ECOTIDI. Hammamet : Tunisie.

Briant, N., Bronner A. (2015), Étude d'une transposition didactique de l'algorithmique au lycée : une pensée algorithmique comme un versant de la pensée mathématique. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT3, pp. 231-246

Chevallard,Y.(1999). Analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des mathématiques*, *19* (2), 221-266.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives. 5*. 37-65.

Kouki, R & Griffits, B-J. (2021). Semiotic Aspects of Differential Equations: Analytical and Graphical Competency in the USA and Tunisia, African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, DOI:10.1080/18117295.2021.2003135

Malonga, F. (2008). Interactions entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire en France. Cas des équations différentielles du premier ordre, *Thèse de doctorat,* Université Paris Diderot (paris 7).

Modeste, S. (2012). Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ? Thèse de doctorat : Université de Grenoble.